数　　　学

（１１：３０～１２：２０）

注　　　意

1　検査開始のチャイムが鳴るまで開いてはいけません。

2　問題用紙の１ページから10ページに、問題が$\boxed{1}$から$\boxed{6}$まであります。
　これとは別に解答用紙が１枚あります。

3　問題用紙と解答用紙に受検番号を書きなさい。

4　答えはすべて解答用紙に記入しなさい。

1 次の（１）～（８）に答えなさい。

（１）　$3+(-8)-(-4)$　を計算しなさい。

$= 3-8+4$

$= 3+4-8$

$= 7-8$

$= -1$

（２）　$2ab^2 \times 5a \div b$　を計算しなさい。

$= \dfrac{2ab\cancel{b} \times 5a}{\cancel{b}}$

$= 10a^2b$

（３）　$\dfrac{12}{\sqrt{6}} + 3\sqrt{2} \times \sqrt{3}$　を計算しなさい。

$\dfrac{12 \times \sqrt{6}}{\sqrt{6} \times \sqrt{6}}$

$= \dfrac{12\sqrt{6}}{6}$

$= 2\sqrt{6}$

$= 2\sqrt{6} + 3\sqrt{6}$

$= 5\sqrt{6}$

（４）　方程式　$x^2+16x=0$　を解きなさい。

$x(x+16)=0$

$x = 0, -16$

（５）　y は x に比例し，$x=-4$ のとき $y=8$ です。$y=-6$ のときの x の値を求めなさい。

代入

$y=ax$ に $x=-4, y=8$ を代入

$8=-4a$

$-4a=8$

$a=-2$

$y=-2x$

$y=-2x$ に $y=-6$ を代入

$-6=-2x$

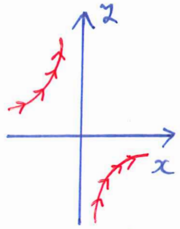
$-2x=-6$

$x=3$

3

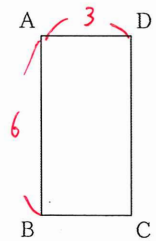
（６）　a を負の数とします。y は x の関数です。このとき，関数 $\boxed{y=\dfrac{a}{x}}$ について，正しいものを，次のア～エの中から全て選び，その記号を書きなさい。

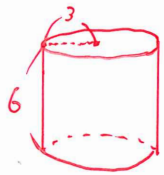
ア　x の変域が $x>0$ のとき，x の値が増加すると，y の値は増加する。
イ　x の変域が $x>0$ のとき，x の値が増加すると，y の値は減少する。
ウ　x の変域が $x<0$ のとき，x の値が増加すると，y の値は増加する。
エ　x の変域が $x<0$ のとき，x の値が増加すると，y の値は減少する。



ア，ウ

（７）　右の図のように，$AB=6$ cm，$AD=3$ cm の長方形ＡＢＣＤがあります。長方形ＡＢＣＤを，辺ＤＣを軸として１回転させてできる立体の体積は何 cm^3 ですか。ただし，円周率は π とします。





円柱

$(3 \times 3 \times \pi) \times 6$

$= 54\pi$

（８）　次のデータは，山下さんが釣り堀で釣った11匹の魚の重さを軽い方から順に並べたものです。このデータの四分位範囲は何 g ですか。

第1　第2　第3　（単位：g）

103	108	112	121	123	125	128	134	139	147	150

四分位範囲 = 第三四分位数 － 第一四分位数

$= 139 - 112$

$= 27$

2 次の（1）～（3）に答えなさい。

（1） n を整数とします。$\dfrac{45^2 - n^2}{7}$ が自然数となるような n のうち，最も大きい n の値を求めなさい。

$$\frac{45^2 - n^2}{7}$$

$$= \frac{(45+n)(45-n)}{7}$$

$\dfrac{(45+n)(45-n)}{7}$ が自然数になるためには

① $(45+n)$，$(45-n)$ がどちらかが 7の倍数

② nは $0 < n < 45$ の範囲

(i) $45+n=7$の倍数

$45+n=49 \rightarrow n=4$
$45+n=56 \rightarrow n=11$
$45+n=63 \rightarrow n=18$
$45+n=70 \rightarrow n=25$
$45+n=77 \rightarrow n=32$
$45+n=84 \rightarrow n=39$

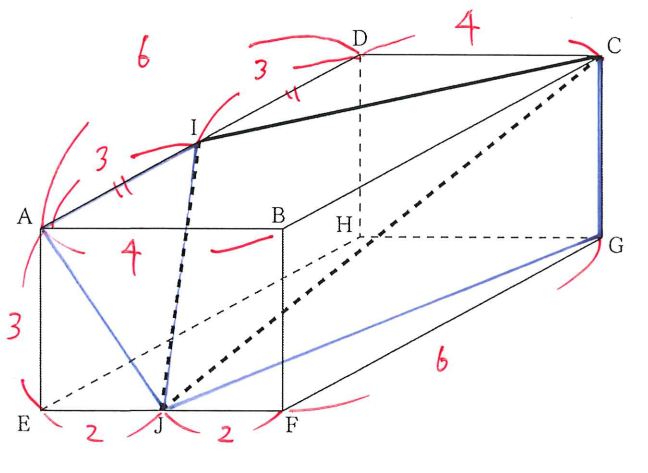
(ii) $45-n=7$の倍数

$45-n=7 \rightarrow n=38$
$45-n=14 \rightarrow n=31$
$45-n=21 \rightarrow n=24$
$45-n=28 \rightarrow n=17$
$45-n=35 \rightarrow n=10$
$45-n=42 \rightarrow n=3$

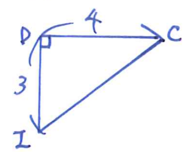
最も大きいnは $\underline{39}$

（2） 次の図のように，点A，B，C，D，E，F，G，Hを頂点とする直方体があり，AB ＝ 4cm，AD ＝ 6cm，AE ＝ 3cm です。辺ADの中点をI，辺EFの中点をJとし，点Cと点I，点Iと点J，点Jと点Cをそれぞれ結びます。このとき，△CIJの周の長さは何 cm ですか。

CI + CJ + IJ



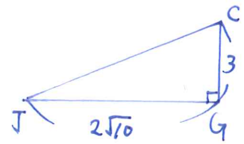
(i) CI

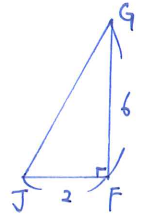


$CI^2 = 3^2 + 4^2$

$\boxed{CI = 5}$

(ii) CJ





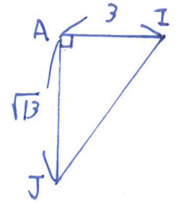
$CJ^2 = 3^2 + (2\sqrt{10})^2$

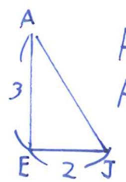
$\boxed{CJ = 7}$

$GJ^2 = 2^2 + 6^2$

$GJ = 2\sqrt{10}$

(iii)





$AJ^2 = 3^2 + 2^2$

$AJ = \sqrt{13}$

$IJ^2 = 3^2 + (\sqrt{13})^2$

$\boxed{IJ = \sqrt{22}}$

△CIJの周の長さは，

$5 + 7 + \sqrt{22}$

$= \underline{12 + \sqrt{22}}$ (cm)

（3） 上野さんと大西さんは，ある学校の陸上部に所属しています。次の表 1 は，夏休みの期間に計測した，上野さんの 800 m走の 20 回分の記録と大西さんの 800 m走の 25 回分の記録を度数分布表に表したものです。

表 1

階級（秒）	度数（回）	
	上野さん	大西さん
以上 未満 127 〜 128	2	1
128 〜 129	3	4
129 〜 130	6	8
130 〜 131	3	6
131 〜 132	2	4
132 〜 133	4	2
計	20	25

夏休み後に行われる陸上競技大会の種目には，800 m走があり，出場する選手として，上野さんか大西さんのどちらか 1 人を選ぶことになりました。他の部員が，過去のその大会における 800 m走の決勝の記録をいくつか調べてみると，記録は全て，130 秒未満でした。そこで，次の【選考方法】で，出場する選手を選ぶことにしました。

【選考方法】

> 夏休みの期間に計測した 800 m走の記録において，130 秒未満の累積相対度数の大きい方の選手を，夏休み後に行われる陸上競技大会の 800 m走に出場する選手とする。

【選考方法】に基づくと，次の理由で出場する選手が選ばれます。

> 表 1 から，130 秒未満の累積相対度数は，上野さんが $\boxed{ア}$ ，大西さんが $\boxed{イ}$ であることを読み取ることができ，$\boxed{ウ}$ の累積相対度数の方が大きいので，$\boxed{ウ}$ が夏休み後に行われる陸上競技大会の 800 m走に出場する選手として選ばれる。

文中の $\boxed{ア}$ ・ $\boxed{イ}$ に当てはまる累積相対度数をそれぞれ求めなさい。ただし，累積相対度数は小数で表しなさい。また，$\boxed{ウ}$ に当てはまるものを，次の ①・② の中から選び，その番号を書きなさい。なお，2 か所の $\boxed{ウ}$ には同じものが入ります。

① 上野さん　　② 大西さん

ア $\frac{11}{20}$ = 0.55

イ $\frac{13}{25}$ = 0.52

ウ ①

3 ある会社では，年１回，家族向けのイベントを開催しています。そのイベントではこれまで，当日券の販売は行っていませんでしたが，来場者アンケートに，「前売り券だけではなく，当日券も販売してほしい。」という要望が多数あったことから，今年のイベントでは当日券も販売しました。

次の表１は，今年のイベントにおける，大人と子どもそれぞれ１人当たりの入場券（前売り券，当日券）の金額を表したものです。

表１

入場券	大人	子ども
前売り券	1000 円	500 円
当日券	1300 円	700 円

今年のイベントでは，購入された大人の入場券のうち，前売り券の割合は 70 ％ であり，購入された子どもの入場券のうち，前売り券の割合は 60 ％ であり，大人の入場券と子どもの入場券の売り上げの合計は 554100 円 でした。仮に，今年のイベントで購入された，大人の入場券と子どもの入場券が全て前売り券であった場合，入場券の売り上げの合計は 500000 円 となります。

今年のイベントで購入された，大人の入場券の枚数と子どもの入場券の枚数をそれぞれ求めなさい。ただし，入場券の枚数は，前売り券の枚数と当日券の枚数を合計した枚数です。なお，答えを求める過程も分かるように書きなさい。

	大人	子ども
前	70% $\frac{70}{100}x$	60% $\frac{60}{100}y$
当	30% $\frac{30}{100}x$	40% $\frac{40}{100}y$
計	x 枚	y 枚

① 求めたいものを文字でおく
② 立式
③ 計算
④ 解のたしかめ
※「問題文のことば」を使って書く

（解答）

今年のイベントで購入された，大人の入場券の枚数を x 枚，子どもの入場券の枚数を y 枚とすると，

大人の入場券の売り上げは

$$1000\times\frac{70}{100}x+1300\times\frac{30}{100}x=1090x\ (円)$$

子どもの入場券の売り上げは

$$500\times\frac{60}{100}y+700\times\frac{40}{100}y=580y\ (円)$$

入場券の売り上げの合計から

$$1090x+580y=554100\ \cdots①$$

入場券が全て前売り券であった場合の売り上げの合計から，

$$1000x+500y=500000\ \cdots②$$

①，②を連立方程式として解くと，

$x=370,\ y=260$

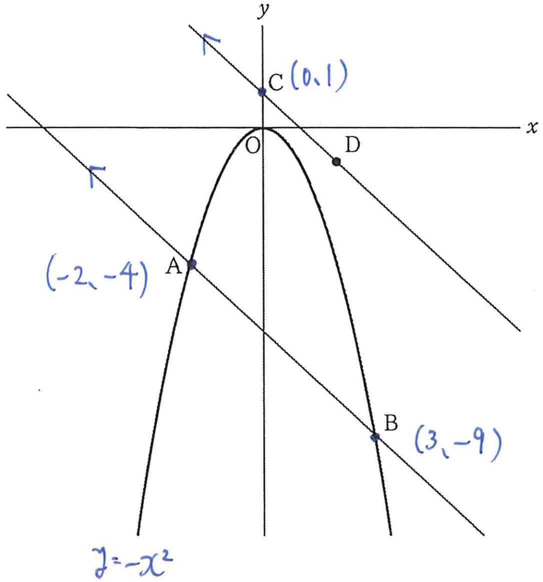
$x=370,\ y=260$ は問題に適している。

大人の入場券の枚数は 370枚

子どもの入場券の枚数は 260枚

※
$$\begin{cases}1000\times\frac{70}{100}x+1300\times\frac{30}{100}x+500\times\frac{60}{100}y+700\times\frac{40}{100}y=554100\\1000x+500y=500000\end{cases}$$
でも良い。

4 次の図のように，関数 $y=-x^2$ のグラフ上に x 座標が -2 である点Aと x 座標が 3 である点Bがあり，y 軸上に点C（0，1）があります。また，点Cを通り直線ABに平行な直線上を $x>0$ の範囲で動く点Dがあります。



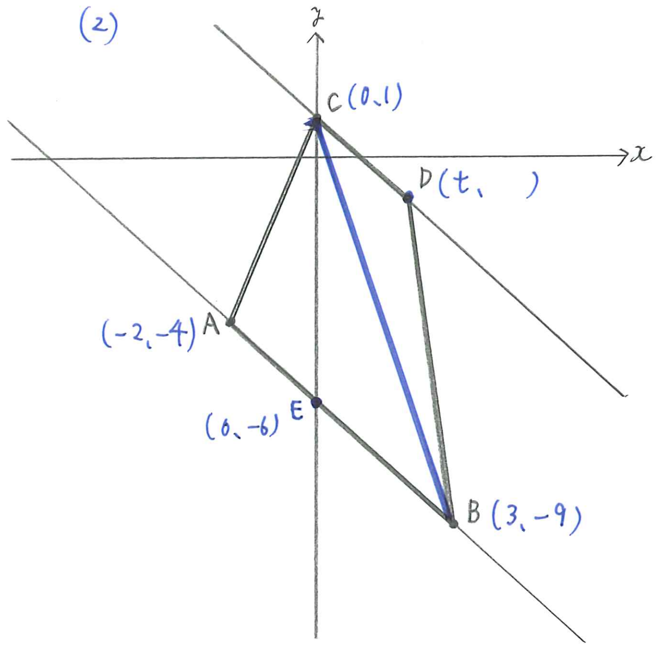
次の（1）・（2）に答えなさい。

（1） 関数 $y=-x^2$ のグラフ上の点で，y 座標が，点Aの y 座標と等しい点をEとします。点Eの座標を求めなさい。ただし，点Eは点Aと異なる点です。

E(2, -4)

（2） 四角形CABDの面積が 25 となるとき，点Dの x 座標を求めなさい。

(2)



四角形CABD = △ABC + △BCD

A(-2, -4), B(3, -9) を通る直線の式は $y=-x-6$

E(0, -6) とする.

△ABC = △ACE + △BCE より

$= \left(7\times2\times\frac{1}{2}\right)+7\times3\times\frac{1}{2}$

$= \frac{35}{2}$

よって, △BCD $= 25-\frac{35}{2}$

$= \frac{15}{2}$

Dのx座標をtとする.

等積変形

CD // AB より

△BCD = △ECD である.

△ECD $= \frac{15}{2}$ より

$7\times t\times\frac{1}{2}=\frac{15}{2}$

$t=\frac{15}{7}$

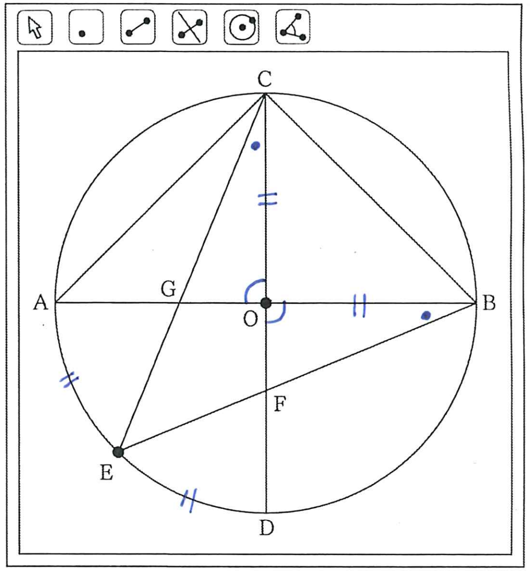
$\frac{15}{7}$

5 数学の授業で，中川さんはコンピュータを用いて，次の【手順】で図１のような図形をかき，その図形を考察することにしました。

【手順】

［１］ 線分ＡＢをかき，ＡＢの中点をＯとする。
［２］ 点Ｏを中心として，ＯＡを半径とする円Ｏをかく。
［３］ 線分ＡＢの垂直二等分線を引き，円Ｏとの交点をそれぞれＣ，Ｄとする。
［４］ $\overset{\frown}{AD}$上に $\overset{\frown}{AE} = \overset{\frown}{ED}$ となる点Ｅをとる。
［５］ 点Ｂと点Ｅを結んだ線分ＢＥと線分ＯＤとの交点をＦとする。
［６］ 点Ｃと点Ｅを結んだ線分ＣＥと線分ＯＡとの交点をＧとする。

図１



次の（１）・（２）に答えなさい。

（１） 中川さんは，図１から，△ＯＦＢと△ＯＧＣが合同であると予想しました。そして，次のように△ＯＦＢと△ＯＧＣが合同であることを証明しました。

【証明】

△ＯＦＢと△ＯＧＣにおいて
ＯＢとＯＣは，円Ｏの半径であるから，ＯＢ ＝ ＯＣ ………①
対頂角は等しいから，∠ＢＯＦ ＝ ∠ ア ………②
$\overset{\frown}{AE} = \overset{\frown}{ED}$ であるから，∠ＯＢＦ ＝ ∠ イ ………③
①，②，③より， ウ がそれぞれ等しいから
△ＯＦＢ ≡ △ＯＧＣ

ア COG
イ OCG
ウ 1組の辺とその両端の角

【証明】の ア ・ イ には，当てはまる文字をそれぞれ書き，
ウ には，当てはまる言葉を書き，証明を完成させなさい。

次に，中川さんはコンピュータを用いて，次の図2のように，図1にある，5点A，B，O，C，Dを固定して，点Eを，点Aと点Dを除く$\overset{\frown}{AD}$上で動かしたとき，何か成り立つことがあるのではないかと考え，調べることにしました。そこで，コンピュータで角の大きさを表示できる機能を用いて，点Eのいくつかの位置における，∠ＯＦＢの大きさと∠ＯＧＣの大きさをそれぞれ調べ，下の表1にまとめました。

図2

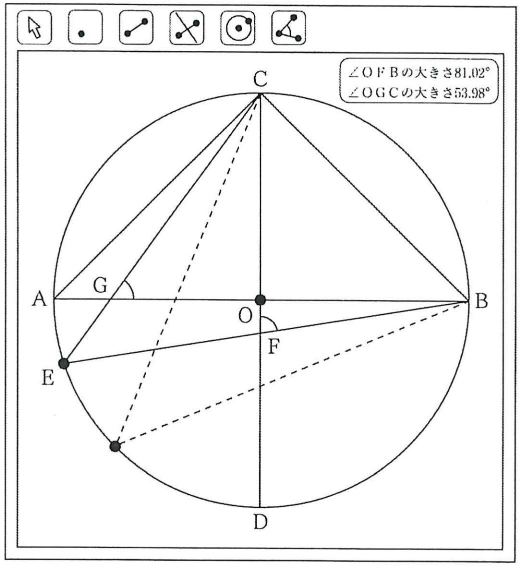


表1

∠ＯＦＢの大きさ	81.02°	72.87°	65.95°	58.64°	50.29°
∠ＯＧＣの大きさ	53.98°	62.13°	69.05°	76.36°	84.71°

（２） 中川さんは，表1から，次のことを予想しました。

【予想】

点Eが，点Aと点Dを除く$\overset{\frown}{AD}$上のどの位置にあっても，∠ＯＦＢの大きさと∠ＯＧＣの大きさの和は 135° である。

【予想】が成り立つことを，∠ＯＦＢの大きさを ∠a，∠ＯＧＣの大きさを ∠b として，∠a，∠b を使った式を用いて説明しなさい。なお，$\overset{\frown}{AD}$は，点Bをふくまない方の弧を指します。

（解答例）

AB⊥CDであるから ∠BOC＝90°

$\overset{\frown}{BC}$に対する円周角∠BECの大きさは，

$\overset{\frown}{BC}$に対する中心角∠BOCの大きさの半分であるから，

∠BEC＝45°

∠OFBは△CEFの外角であるから，

∠a＝∠OCG＋45° …①

AB⊥CDであるから ∠COG＝90°

△OGCの内角の和は180°であるから，

∠OCG＋∠b＋90°＝180°

∠b＝90°−∠OCG …②

①，②より

∠a＋∠b

＝(∠OCG＋45°)＋(90°−∠OCG)

＝135°

したがって，点Eが，点Aと点Dを除く$\overset{\frown}{AD}$上のどの位置にあっても，

∠OFBの大きさと，∠OGCの大きさの和は135°である。

※別解

四角形OGEFに注目し，

$$\left.\begin{array}{l}\angle GOF=90^\circ\\ \angle OGE=180^\circ-b\\ \angle GEF=45^\circ\\ \angle EFO=180^\circ-a\end{array}\right\}360^\circ$$

から

∠a＋∠b＝135°

6 右の図1のように，1，2，3，4，5 の数が1つずつ書かれた玉が5個入った袋があります。また，片面が白色，もう片面が黒色の5枚のカードがあり，机の上に，図2のように，白色の面が上になって横一列に並んでいます。袋の中から取り出した玉に書かれている数を利用して，カードを裏返す，【操作P】及び【操作Q】についてそれぞれ考えます。

図1

図2

□□□□□

【操作P】

［1］ 図1の袋の中の5個の玉をよく混ぜてから袋の中から1個ずつ順に2個の玉を取り出します。ただし，一度取り出した玉は袋の中に戻さないものとします。

［2］ 取り出した2個の玉にそれぞれ書かれている数の，大きい方の数を x とし，図2の状態にあるカードを，左端から x 枚裏返します。

例えば，取り出した2個の玉にそれぞれ書かれている数の，大きい方の数が3であったとき，次のように，左端から3枚のカードを裏返します。

□□□□□ ⇨ ■■■□□

【操作Q】

［1］ 図1の袋の中の5個の玉をよく混ぜてから袋の中から玉を1個取り出します。そして，取り出した玉を袋の中に戻して，袋の中の5個の玉をよく混ぜてから袋の中から玉を1個取り出します。

［2］ 1回目に取り出した玉に書かれている数を a，2回目に取り出した玉に書かれている数を b とし，図2の状態にあるカードを，最初に左端から a 枚裏返し，次に右端から b 枚裏返します。

例えば，1回目に取り出した玉に書かれている数が3，2回目に取り出した玉に書かれている数が4であったとき，次のように，最初に左端から3枚のカードを裏返し，次に右端から4枚のカードを裏返します。

□□□□□ ⇨ ■■■□□ ⇨ ■□□■■

次の（1）・（2）に答えなさい。

（1）【操作P】を1回だけ行うとき，5枚のカードにおいて，白色の面が上であるカードが1枚，黒色の面が上であるカードが4枚となる確率を求めなさい。

（2）【操作Q】を1回だけ行うとき，5枚のカードにおいて，白色の面が上であるカードが1枚，黒色の面が上であるカードが4枚となる確率を求めなさい。

(1) カードの取り出し方は以下の10通り

1 < 2, 3, 4, 5　2 < 3, 4, 5　3 < 4, 5　4－5

白が1枚，黒が4枚になるのは，
大きい方の数が4のとき，
(1, 4), (2, 4), (3, 4) の3通り

$\frac{3}{10}$

(2) カードの取り出し方は以下の25通り

1 < 1, 2, 3, 4, 5　2 < 1, 2, 3, 4, 5　3 < 1, 2, 3, 4, 5　4 < 1, 2, 3, 4, 5　5 < 1, 2, 3, 4, 5

a=1のとき　a=2のとき　a=3のとき　a=4のとき　a=5のとき

■□□□□　■■□□□　■■■□□　■■■■□　■■■■■

b=3　b=2　b=1　b=2　b=1

■□■■■　■■□■■　■■■□■　■■■□■　■■■■□

b=5　b=4　b=3

□■■■■　■□■■■　■■□■■

$\frac{8}{25}$